**Quiz 3**

**Επιστημονικός Υπολογισμός Άνοιξη 2010**

**Όνομα: ΙΩΑΝΝΙΔΗΣ ΣΤΑΥΡΟΣ**

**ΑΕΜ: 755**

**Απαντήσεις:**

**1.**

Το διάνυσμα κλίσης της f είναι

$$∇f\left(x,y\right)= \begin{matrix}\frac{∂f}{∂x}&\frac{∂f}{∂y}\end{matrix}= \left[\begin{matrix}8(2x-4y)^{3}+ 2x e^{x^{2}-2y}&-16(2x-4y)^{3}-2e^{x^{2}-2y}\end{matrix}\right]^{T}$$

Ε Έσιαν είναι $∇^{2}f\left(x,y\right)= \begin{matrix}\frac{∂^{2}f}{∂x^{2}}&\frac{∂^{2}f}{∂x∂y}\\\frac{∂^{2}f}{∂y∂x}&\frac{∂^{2}f}{∂y^{2}}\end{matrix}$ = $= \begin{matrix}48 (2x-4y)^{2}+ 2e^{x^{2}-2y}+ 4x^{2}e^{x^{2}-2y}&-96\left(2x-4y\right)-4x e^{x^{2}-2y}\\-96\left(2x-4y\right)-4x e^{x^{2}-2y}&192 (2x-4y)^{2}+4 e^{x^{2}-2y}\end{matrix}$

Το πολυόνυμο Taylor είναι $f\left(x^{0 }+hp\right)=\left( 16+ \frac{1}{e} \right)+ h p^{T} \left[\begin{matrix}-64+ \frac{2}{e}\\128-\frac{2}{e}\end{matrix}\right] + \frac{1}{2} h^{2} p^{T}\left[\begin{matrix}192+ \frac{6}{e} &384- \frac{4}{e}\\384- \frac{4}{e}&768+ \frac{4}{e}\end{matrix}\right] p$

**2.**

Για την μέθοδο Newton

Το διιάνυσμα κλίσης είναι

$$∇f\left(x,y\right)= \left[\begin{matrix}\frac{∂f}{∂x}&\frac{∂f}{∂y}\end{matrix}\right]^{T}= \left[\begin{matrix}2\left(x-2y\right)+ e^{x}&-4 \left(x-2y\right)\end{matrix}\right] ^{T}=>$$

$$∇f\left(1,-1\right)= \left[\begin{matrix}6+e&-12\end{matrix}\right]^{T}$$

Η Εσσιανή είναι

$$Η= ∇^{2}f\left(x,y\right)= \left[\begin{matrix}\frac{∂^{2}f}{∂x^{2}}&\frac{∂^{2}f}{∂x∂y}\\\frac{∂^{2}f}{∂y∂x}&\frac{∂^{2}f}{∂y^{2}}\end{matrix}\right]= \left[\begin{matrix}2+e^{x}&0\\0&8\end{matrix}\right] => $$

$Ηf\left(1,-1\right)= \left[\begin{matrix}2+e&0\\0&8\end{matrix}\right] => Η^{-1}f\left(1,-1\right)= \left[\begin{matrix}\frac{1}{2+e}&0\\0&\frac{1}{8}\end{matrix}\right] $

Αντικαθιστώντας στον τύπο της μεθόδου Newton

$Δx= \left[\begin{matrix}-\frac{1}{2+e}&0\\0&-\frac{1}{8}\end{matrix}\right] \left[\begin{matrix}6+e\\-12\end{matrix}\right]=\left[\begin{matrix}-\frac{6+e}{2+e}\\-\frac{3}{2}\end{matrix}\right] $

$x^{1}= \left[\begin{matrix}1\\-1\end{matrix}\right]+ \left[\begin{matrix}-\frac{6+e}{1+e}\\-\frac{3}{2}\end{matrix}\right]=\left[\begin{matrix}1- \frac{6+e}{2+e}\\-\frac{5}{2}\end{matrix}\right] $

**4.**

Κριτήριο τερματισμού της μεθόδου απότομης καθόδου $∇f\left(x^{κ}\right)=0$

Το σημείο είναι στάσιμο γιατί αλλάζει με μηδενική ταχύτητα.

κριτήριο τερματισμού της μεθόδου συζυγών κλίσεων $r^{k-1}=b-Ax^{k-1}$ = 0

Όταν ισχύει έχουμε βρει την λύση.

Κριτήριο τερματισμού για την μέθοδο Newton $\left|x^{k-1 }- x^{k} \right|= 0 $

Όταν ισχύει έχουμε βρει την λύση.

**5.**

Ερώτημα Α

$$∇f\left(x,y\right)= \left[\begin{matrix}6x-12y-2 \\-12x+38y-4\end{matrix}\right]$$

$∇^{2} f\left(x,y\right)= \left[\begin{matrix}6&-12\\-12&38\end{matrix}\right] (1)$

Έχουμε $\frac{∂f}{∂x}=0 και \frac{∂f}{∂y}=0 $

Άρα $6x-12y-2=0 και -12x+38y-4=0=>$

$$\left(x1,y1\right)=\left(\frac{31}{21} , \frac{4}{7}\right)$$

Η ορίζουσα είναι θετική (D=84) άρα το σημείο είναι ακρότατο.

$\frac{∂^{2}f}{∂x^{2}}$ >0 άρα το σημείο είναι ελάχιστο.

Ερώτημα Β

$$ ∇f\left(s,t\right)= \left[\begin{matrix}3s^{2}+ 12t\\6t+12s\end{matrix}\right]$$

$$∇^{2} f\left(s,t\right)= \left[\begin{matrix}6s&12\\12&6\end{matrix}\right]$$

$$3s^{2}+ 12t=0 και 6t+12s=0\rightarrow $$

$$\left(s1,t1\right)=\left(0,0\right) και \left(s2,t2\right)=(8,-16)$$

$$D=36s-144$$

g(s1,t1) D = -144 < 0 δεν είναι ακρότατο.

g (s2,t2) D = 144 > 0 είναι ακρότατο.

$\frac{∂^{2}f}{∂x^{2}}$ >0 άρα το σημείο είναι ελάχιστο.